

Matematică M_ științele naturii

SUBIECTUL I

1. $a_1 = 4$

2. $m = 1$

3. $x \in \{-2, 2\}$

4. $P = \frac{1}{5}$

5. $m_{AC} \cdot m_{BC} = -1 \Rightarrow AC \perp BC$

sau cu reciproca teoremei lui Pitagora rezultă că triunghiul ABC este dreptunghic în C

6. $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 2$

SUBIECTUL al II-lea

1. a) $\det(B(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 3 + 4 = 7$

b) Se verifică prin calcul matriceal relația cerută.

c) $C(a)$ nu este inversabilă dacă $\det(C(a)) = 0 \Rightarrow a \in \{-1, 3\}$

2. a) $2 * 2 = 4 - 4 - 6 + 6 = 0$

b) $x * 6 = x \Leftrightarrow 4x - 12 = x \Leftrightarrow x = 4$

c) $2 * x = -x + 2, x * (-x + 2) = -x^2 + 3x \Rightarrow x \in [1, 2]$

SUBIECTUL al III-lea

1. a) $f'(x) = \frac{2x^2 + 2x + 8 - 4x^2 - 2x}{(x^2 + x + 4)^2} = \frac{2(4 - x^2)}{(x^2 + x + 4)^2}$

b) $y = 0$ asimptotă orizontală spre ∞

$$x \in [4, \infty) \Rightarrow f(x) \leq \frac{1}{3}$$

c) $4 - x \in (-\infty, 0] \Rightarrow f(4 - x) \geq -\frac{2}{3}$
 $\Rightarrow f(x) - f(4 - x) \leq 1, x \in [4, \infty)$

2. a) $\int_0^2 (x + 3) dx = 8$

b) $\int_0^1 \frac{x+3}{x+1} dx = (x + 2 \ln(x+1)) \Big|_0^1 = 1 + 2 \ln 2$

c) $\int_1^2 (x^2 - 1) e^x f(x) dx = e(e + 2) \Rightarrow a = 2$