



- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. Rezultatul calculului $12 - 2 \cdot 5$ este egal cu: a) 50 b) 22 <input checked="" type="radio"/> c) 2 d) 0
5p	2. Dintre cei 250 de elevi participanți la un concurs, 40% sunt băieți. Numărul băieților participanți la acest concurs este egal cu: a) 150 b) 125 <input checked="" type="radio"/> c) 100 d) 90 $40\% \text{ din } 250 = \frac{40}{100} \cdot 250 = 100$
5p	3. Suma dintre numărul 10 și opusul numărului 10 este egală cu: a) $\frac{101}{10}$ b) $\frac{11}{10}$ c) 1 <input checked="" type="radio"/> d) 0 $10 + (-10) = 0.$
5p	4. Transformând fracția zecimală $1,2$ în fracție ordinară se obține: a) $\frac{11}{10}$ b) $\frac{6}{5}$ <input checked="" type="radio"/> c) $\frac{11}{9}$ d) $\frac{4}{3}$ $\frac{12-1}{9} = \frac{11}{9}$

5p 5. Patru elevi, Ioana, Andreea, Luca și Radu, determină numărul real x din proporția $\frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{x}{\sqrt{5}+1}$.

Răspunsurile date de cei patru elevi sunt prezentate în tabelul de mai jos:

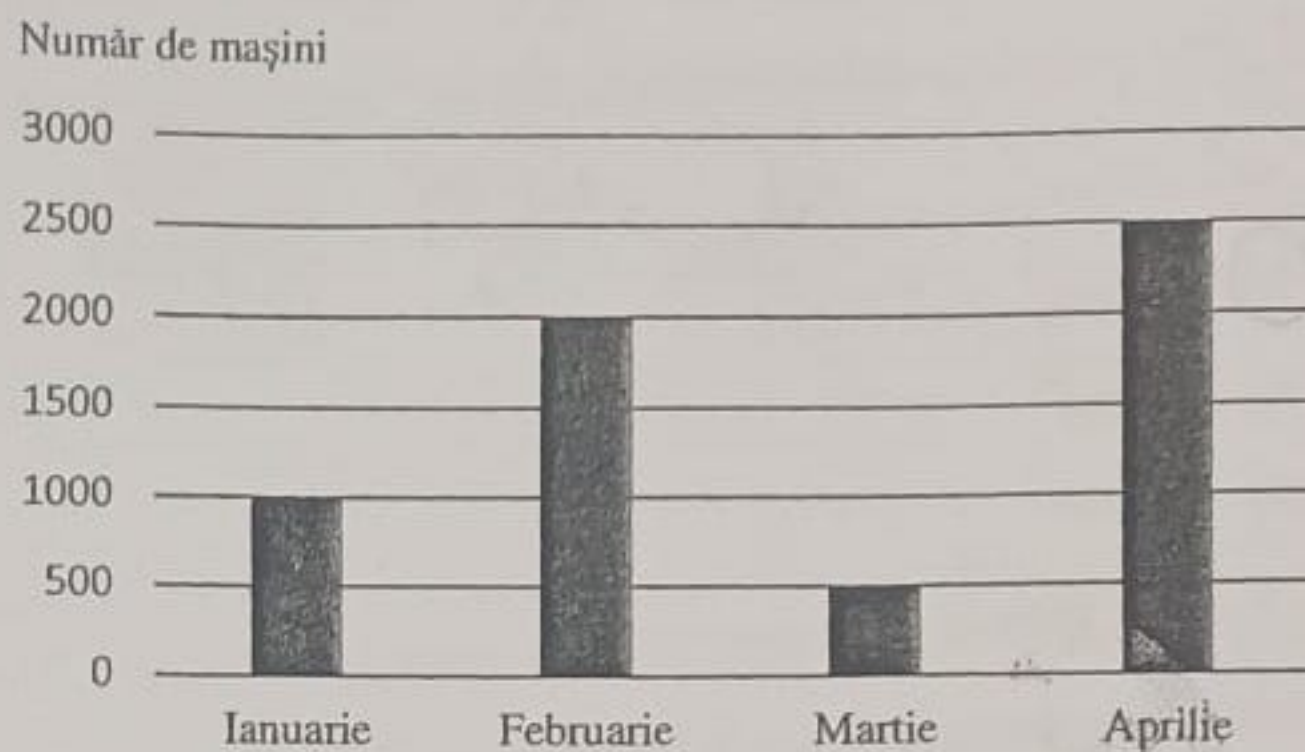
Ioana	Andreea	Luca	Radu
1	2	3	4

Răspunsul corect a fost obținut de către:

- a) Ioana
 b) Andreea
 c) Luca
 d) Radu

$$x = \frac{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}{2} = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

5p 6. În diagrama de mai jos sunt prezentate informații despre numărul de mașini vândute de un comerciant în primele patru luni ale anului 2026.



Afirmația: „Conform informațiilor din diagramă, cele mai puține mașini au fost vândute în luna martie.” este:

- a) adevărată
 b) falsă

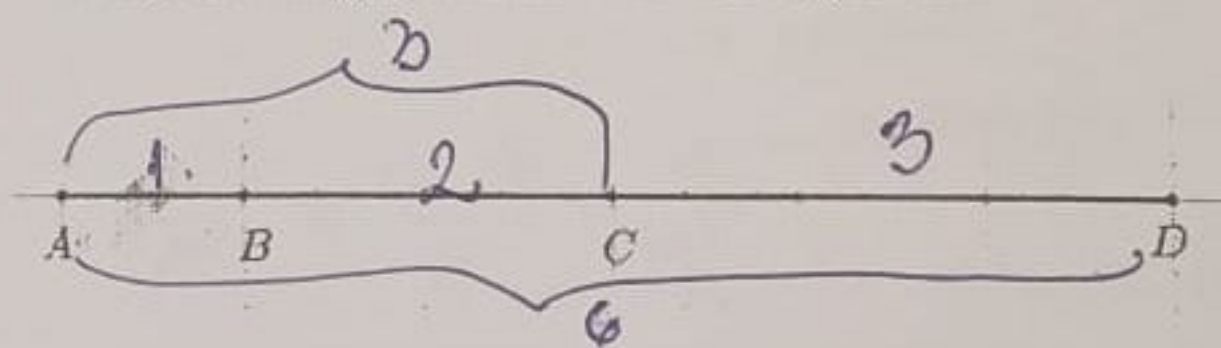
SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

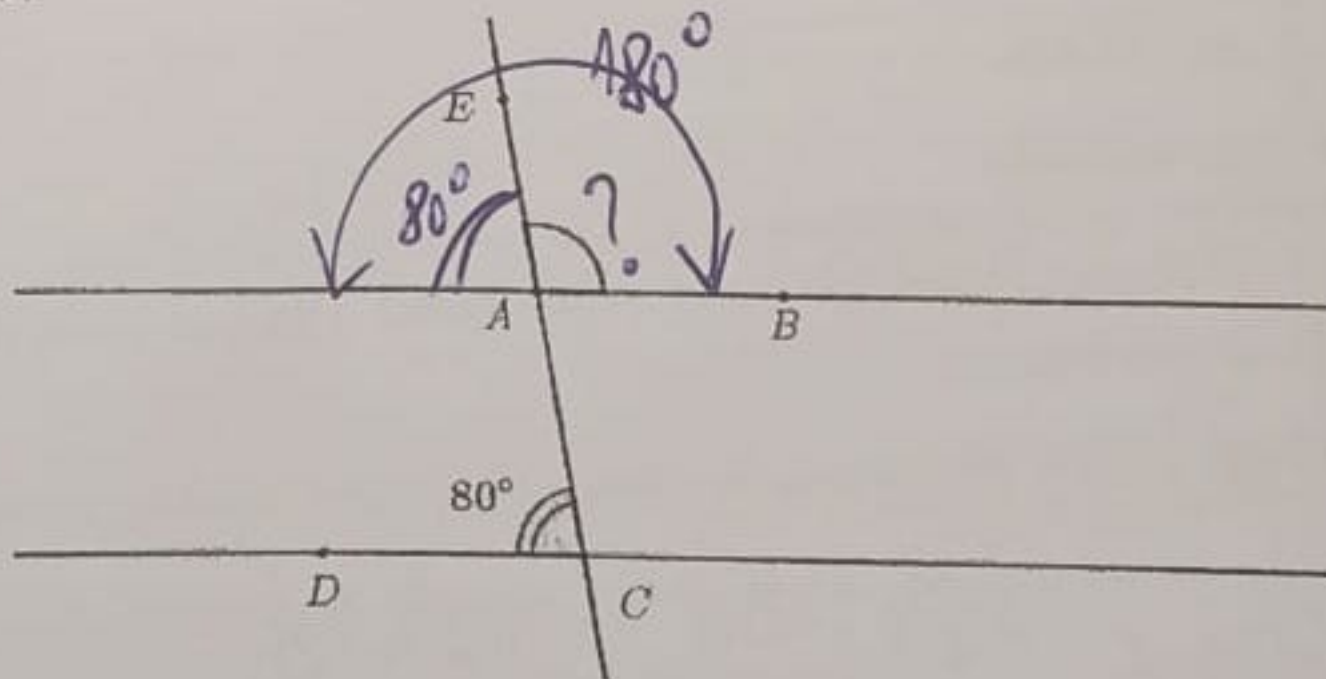
5p 1. În figura alăturată, punctele A , B , C și D sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $AB = 1$ cm și $AD = 6$ cm. Punctul C este mijlocul segmentului AD . Lungimea segmentului BC este egală cu:

- a) 5 cm
 b) 3 cm
 c) 2 cm
 d) 1 cm



5p 2. În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele AB și CD . Punctele E , A și C sunt coliniare, în această ordine, iar punctele B și D sunt situate de o parte și de alta a dreptei AC . Măsura unghiului DCA este egală cu 80° . Măsura unghiului EAB este egală cu:

- a) 110°
 b) 100°
 c) 90°
 d) 80°

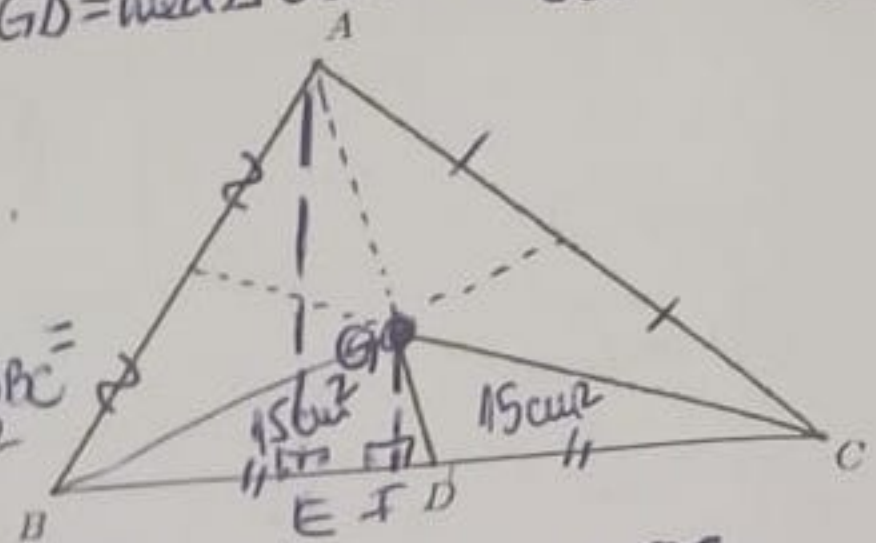


5p 3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC . Punctul D este mijlocul segmentului BC și punctul G este centrul de greutate al triunghiului ABC . Aria triunghiului DGC este egală cu 15 cm^2 . Aria triunghiului ABC este egală cu:

$GD = \text{med } \Delta GBC \Rightarrow A_{GBC} = 2A_{GDC} = 2 \cdot 15 = 30 \text{ cm}^2$

- a) 30 cm^2
- b) 45 cm^2
- c) 60 cm^2
- d) 90 cm^2

$A_{ABC} = \frac{AE \cdot BC}{2} = \frac{3GF \cdot BC}{2} = 3 \cdot A_{GBC} = 3 \cdot 30 = 90 \text{ cm}^2$

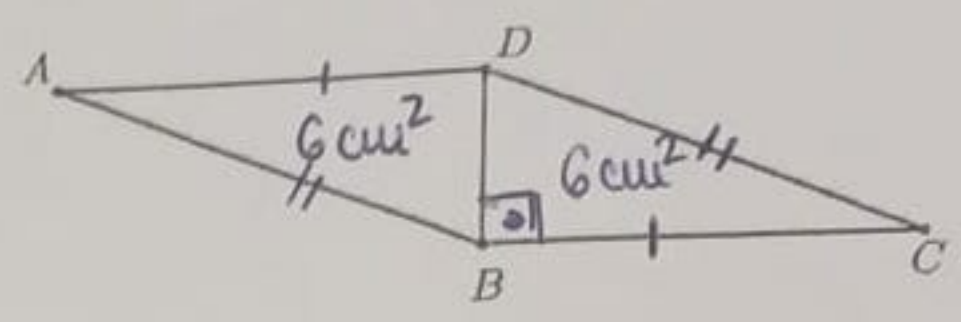


deoarece $\Delta GFD \sim \Delta AED \Rightarrow \frac{GF}{AE} = \frac{GD}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow AE = 3GF$

5p 4. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$, cu diagonala BD perpendiculară pe latura BC și $BD \cdot BC = 12 \text{ cm}^2$. Aria paralelogramului $ABCD$ este egală cu:

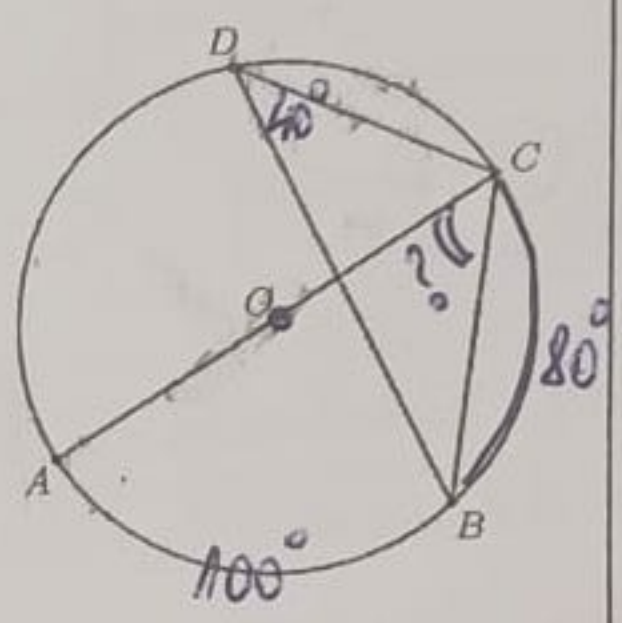
- a) 6 cm^2
- b) 12 cm^2
- c) 18 cm^2
- d) 24 cm^2

$A_{DBC} = \frac{BD \cdot BC}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}^2$



5p 5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O . Punctele A, B, C și D sunt situate pe cerc, în această ordine, astfel încât AC este diametru și măsura unghiului BDC este egală cu 40° . Măsura unghiului BCA este egală cu:

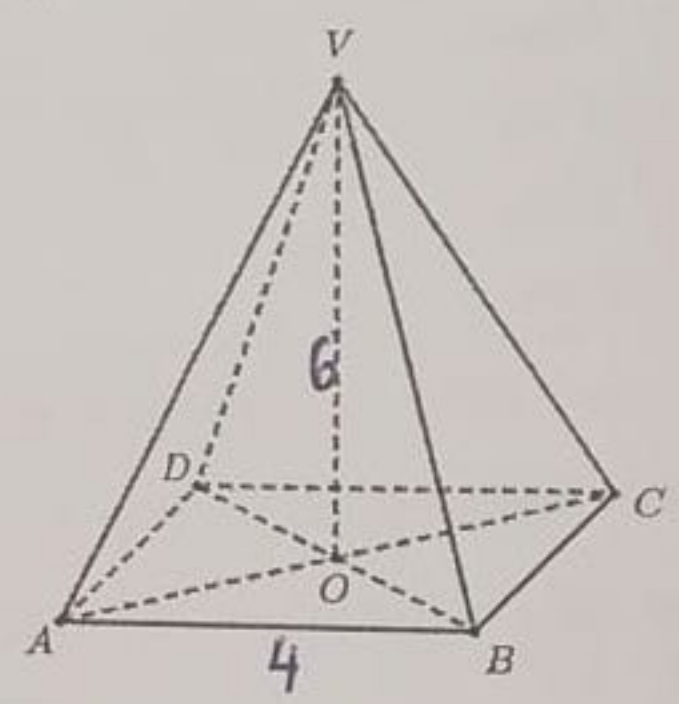
- a) 40°
- b) 50°
- c) 60°
- d) 80°



5p 6. În figura alăturată este reprezentată piramida patrulateră regulată $VABCD$, cu înălțimea $VO = 6 \text{ cm}$ și $AB = 4 \text{ cm}$. Volumul piramidei $VABCD$ este egal cu:

- a) 32 cm^3
- b) 48 cm^3
- c) 72 cm^3
- d) 96 cm^3

$V_{\text{pir}} = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{4^2 \cdot 6}{3} = 32 \text{ cm}^3$



SUBIECTUL al III-lea

scrie rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p 1. Mai mulți copii doresc să cumpere împreună o minge. Dacă fiecare copil contribuie cu câte 18 lei, mai sunt necesari 30 de lei.

(2p) a) Este posibil ca mingea să coste 153 de lei? Justifică răspunsul dat.

$\text{nr. copii} \cdot 18 \text{ lei} + 30 \text{ lei} = \text{mingea}$

$153 - 30 = 123 \text{ lei}$

$123 : 18 = 6 \text{ rest } 15 \notin \mathbb{N}$

$\frac{108}{18} = 6$

(nr. copii)

bă scrisă la matematică

\Rightarrow Nu e posibil ca mingea să coste 153 lei.

(3p) b) Dacă fiecare copil contribuie cu câte 24 de lei, atunci sunt în plus 12 lei. Determină cât costă mingea.

Fie $x = nr.$ de copii

$$\Rightarrow \text{Mingea costă: } 18x + 30 = 24x - 12$$

$$6x = 42 \Rightarrow x = 7 \text{ copii}$$

$$\text{Mingea} = 18 \cdot 7 + 30 = 126 + 30 = \boxed{156 \text{ lei}}$$

2. Se consideră expresia $E(x) = \frac{x}{x-3} + \frac{1}{x-2} + \frac{7-3x}{(x-2)(x-3)}$, unde x este număr real, $x \neq 2$ și $x \neq 3$.

(2p) a) Arată că $E(x) = \frac{x-2}{x-3}$, pentru orice număr real x , $x \neq 2$ și $x \neq 3$.

$$\begin{aligned} E(x) &= \frac{x-2}{x-3} + \frac{x-3}{x-2} + \frac{7-3x}{(x-2)(x-3)} = \frac{(x^2-2x) + (x-3) + (7-3x)}{(x-2)(x-3)} = \\ &= \frac{x^2-4x+4}{(x-2)(x-3)} = \frac{(x-2)^2}{(x-2)(x-3)} = \frac{x-2}{x-3}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2, 3\} \end{aligned}$$

(3p) b) Arată că numărul $A = (E(4))^n + (E(4))^{n+3}$ este divizibil cu 18, pentru orice număr natural nenul n .

$$E(4) = \frac{4-2}{4-3} = \frac{2}{1} = 2$$

$$A = 2^n + 2^{n+3} = 2^n (2^0 + 2^3) = 2^n (1+8) = 2^n \cdot 9 \quad \begin{matrix} \vdots 18, \\ \underbrace{\quad \quad}_2 \quad \underbrace{\quad \quad}_9 \end{matrix}$$

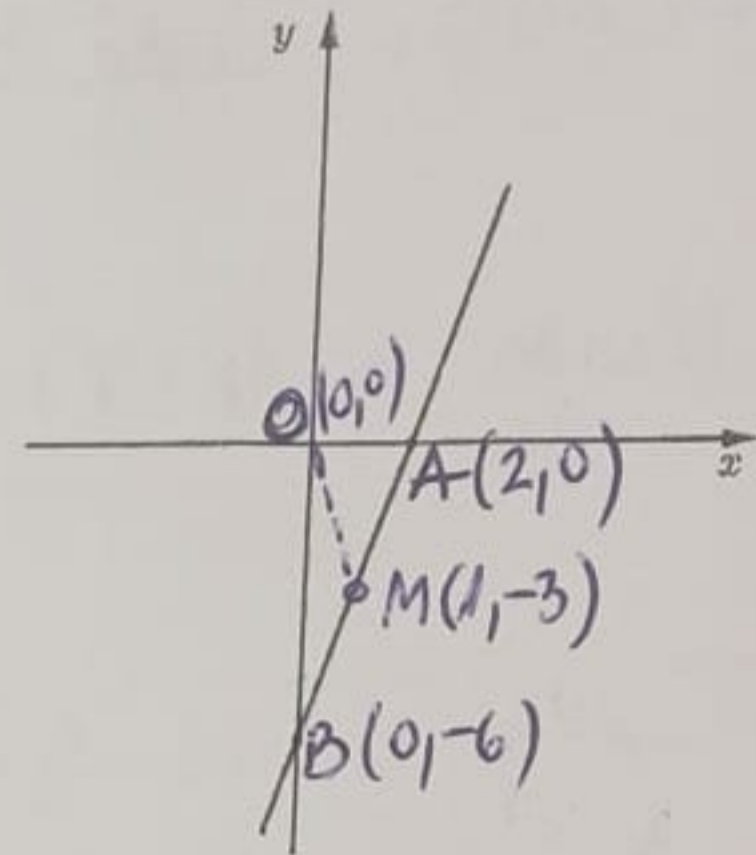
$$\text{deoarece } (2, 9) = 1.$$

5p 3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 6$.

(2p) a) Arată că $f(1) + f(3) = 0$.

$$\left. \begin{array}{l} f(1) = 3 \cdot 1 - 6 = -3 \\ f(3) = 3 \cdot 3 - 6 = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(1) + f(3) = 0.$$



(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A , respectiv B . Calculează lungimea segmentului OM , știind că punctul M este mijlocul segmentului AB .

$G_f \cap Ox$: $y = 0$
 $f(x) = 0$
 $3x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow A(2, 0)$

$G_f \cap Oy$: $x = 0$
 $f(0) = 3 \cdot 0 - 6 = -6 \Rightarrow B(0, -6)$

$M = \text{mijl } AB \Rightarrow M\left(\frac{2+0}{2}, \frac{0+(-6)}{2}\right) \Rightarrow M(1, -3)$

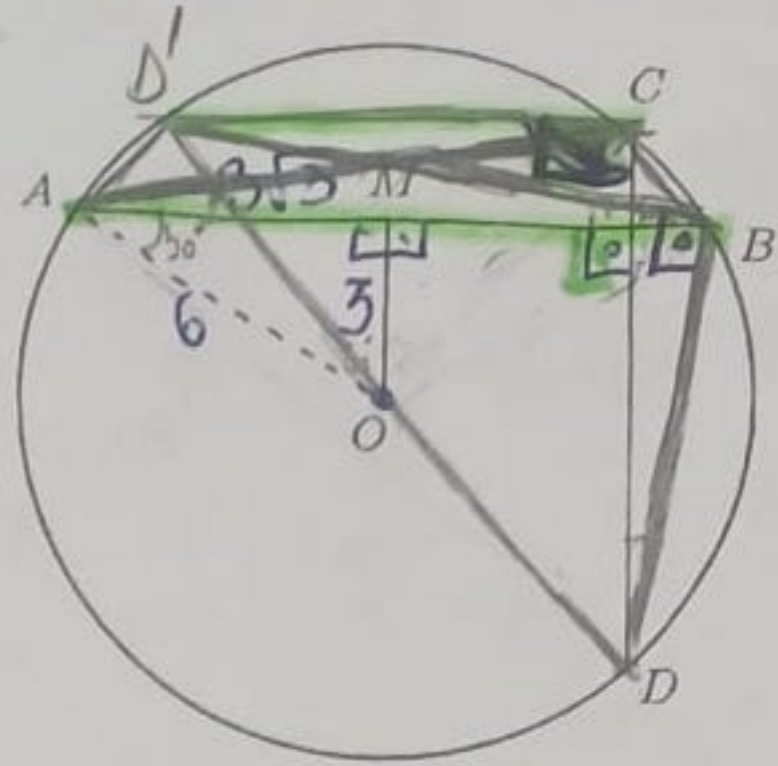
$O(0,0)$
 $M(1,-3) \Rightarrow OM = \sqrt{(x_M - x_O)^2 + (y_M - y_O)^2} = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}.$

u.

5p 4. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O și raza de 6 cm. Punctele A, B, C și D aparțin cercului, astfel încât dreptele AB și CD sunt perpendiculare. Punctul M este mijlocul coardei AB și $OM = 3$ cm.

(2p) a) Arată că $AM = 3\sqrt{3}$ cm.

$$\begin{aligned}
 M = \text{mijl. coardei} &\Rightarrow OM \perp AB \Rightarrow \\
 \Rightarrow \triangle AMO \text{ dr. } \underline{TP} &\Rightarrow AM^2 = 6^2 - 3^2 \\
 &= 36 - 9 \\
 &= 27 \\
 \Rightarrow AM &= \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \text{ cm}
 \end{aligned}$$



(3p) b) Demonstrează că $AC^2 + BD^2 = 144$ cm².

Construim diametrul DD' . $\Rightarrow DD' = 2R = 2 \cdot 6 = 12$ cm

$\widehat{DCD'} = \angle$ înscris în cerc $\Rightarrow \angle DCD' = \frac{\widehat{DD'}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow DC \perp D'C$
dar $DC \perp AB$ } $\Rightarrow D'C \parallel AB \Rightarrow \widehat{AD'} \equiv \widehat{CB} \Rightarrow$

$\Rightarrow AD' \equiv BC$

dar $AB \parallel CD' \Rightarrow ABCD'$ trapez isoscel \Rightarrow

\Rightarrow diag $\equiv \Rightarrow AC \equiv BD'$

$\angle D'BD = \angle$ înscris în $\odot \Rightarrow \angle D'BD = \frac{\widehat{DD'}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle D'BD$ dr. \underline{TP}
($\angle B = 90^\circ$)

$$BD'^2 + BD^2 = D'D^2$$

$$\downarrow AC^2 + BD^2 = 12^2$$

$$AC^2 + BD^2 = 144 \text{ cm}^2$$

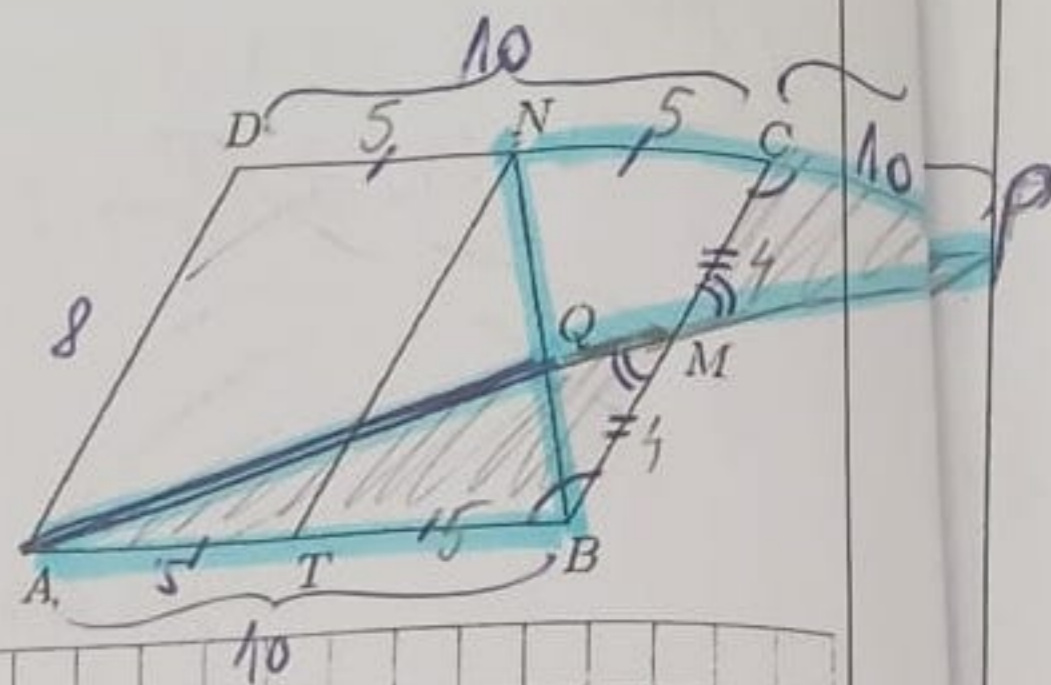
5p

5. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$, cu $AB = 10$ cm și $AD = 8$ cm. Punctele M , N și T sunt mijloacele segmentelor BC , CD , respectiv AB , iar Q este punctul de intersecție a dreptelor BN și AM .

(2p) a) Calculează perimetrul patrulaterului $ATND$.

$$AT = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} ATND = pg \Rightarrow P_{ATND} &= 2 \cdot AT + 2 \cdot AD \\ &= 2 \cdot 5 + 2 \cdot 8 \\ &= 26 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



(3p) b) Calculează valoarea raportului $\frac{AQ}{QM}$.

Construim prelungirea lui AM până când $\cap DC$ în P .

$$\begin{array}{l} \triangle ABM \\ \triangle CPM \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \widehat{ABM} \equiv \widehat{MCP} \text{ (alt. int.)} \\ \widehat{AMB} \equiv \widehat{PMC} \text{ (op. vf)} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{VLU} \\ \Rightarrow \triangle ABM \equiv \triangle CPM \Rightarrow \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} CP \equiv AB \Rightarrow CP = 10 \text{ cm} \\ AM \equiv MP \Rightarrow M = \text{mijl } AP \Rightarrow AP = 2AM. \quad (1) \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} N = \text{mijl } DC \Rightarrow NC = 5 \\ CP = 10 \end{array} \Rightarrow NP = 15 \text{ cm.}$$

$$AB \parallel PN \xrightarrow{\text{TFA}} \triangle QAB \sim \triangle QPN \Rightarrow \frac{AQ}{QP} = \frac{AB}{PN} = \frac{QB}{QN} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{AQ}{QP} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \Rightarrow QP = \frac{3AQ}{2}$$

$$AP = AQ + QP = AQ + \frac{3AQ}{2} = \frac{5AQ}{2} \quad (2)$$

Probă scrisă la matematică Din (1) și (2) $\Rightarrow \frac{5AQ}{2} = 2AM \Rightarrow AQ = \frac{4AM}{5}$ Varianta 1

$$QM = AM - AQ = \frac{5}{5}AM - \frac{4AM}{5} = \frac{AM}{5} \Rightarrow \frac{AQ}{QM} = \frac{\frac{4AM}{5}}{\frac{AM}{5}} = \underline{\underline{4}} \checkmark$$

5p

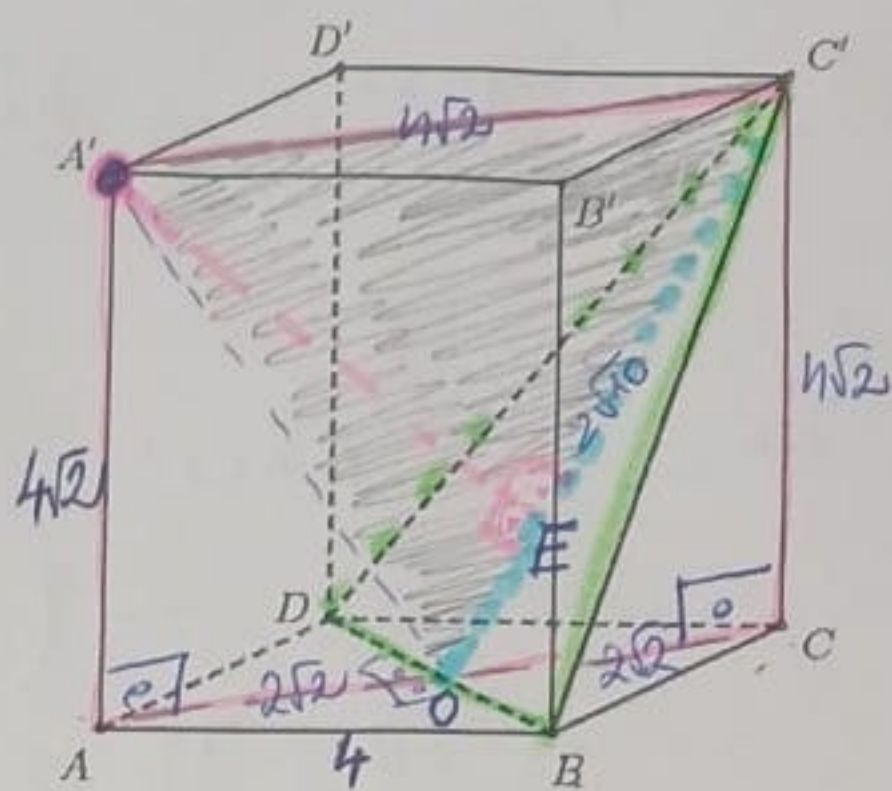
6. În figura alăturată este reprezentată prisma dreaptă $ABCD A' B' C' D'$, cu baza pătratul $ABCD$, $AB = 4$ cm și $AA' = 4\sqrt{2}$ cm.

MNPQ

(2p) a) Calculează aria laterală a prisme $ABCD A' B' C' D'$.

$$A_l = P_b \cdot h$$

$$= (4 \cdot 4) \cdot 4\sqrt{2} = 64\sqrt{2} \text{ cm}^2$$



(3p) b) Arată că distanța de la punctul A' la planul $(C'BD)$ este egală cu $\frac{8\sqrt{10}}{5}$ cm.

$$\left. \begin{array}{l} AA' \perp (ABC) \\ BD \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow AA' \perp BD \Rightarrow BD \perp AA'$$

$$ABCD \text{ pătrat} \Rightarrow BD \perp AC$$

$$\left. \begin{array}{l} AA', AC \text{ conc.} \\ AA', AC \subset (A'AC) \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (A'AC)$$

$$\left. \begin{array}{l} BD \perp (A'AC) \\ BD \subset (C'BD) \end{array} \right\} \Rightarrow (C'BD) \perp (A'AC)$$

$\Rightarrow (C'BD) \perp (A'AC)$, iar $(C'BD) \cap (A'AC) = C'O$ unde $O = AC \cap BD$.
(dacă un plan conține o dreaptă \perp pe alt plan \Rightarrow cele 2 plane sunt \perp)

\Rightarrow Orice dreaptă din planul $(A'AC)$ e \perp pe intersecția celor 2 plane \Rightarrow

\Rightarrow dacă construim $A'E \perp C'O$, deoarece $A'E \subset (A'AC) \Rightarrow$

$$\Rightarrow A'E \perp C'O \Rightarrow d(A', (C'BD)) = |A'E| = ?$$

$$AC = \text{diag. în } \square = 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \text{ cm} \Rightarrow ACC'A' = \text{patrat de lat. } 4\sqrt{2} \text{ cm.}$$

$$OC = \frac{AC}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ cm.}$$

$AC'O$ dr. $\left. \begin{array}{l} \angle C = 90^\circ \\ TP \end{array} \right\} \Rightarrow C'O^2 = CC'^2 + CO^2$

$$= (4\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2$$

$$= 32 + 8$$

$$= 40 \Rightarrow C'O = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \text{ cm.}$$

$$A_{A'ACC'} \text{ pătrat} = (4\sqrt{2})^2 = 16 \cdot 2 = 32 \text{ cm}^2$$

$$A_{\Delta C'CO} = A_{\Delta A'AO} = \frac{4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} A_{\Delta A'OC'} &= A_{A'ACC'} - (A_{\Delta C'CO} + A_{\Delta A'AO}) \\ &= 32 - (8 + 8) \\ &= 32 - 16 \\ &= 16 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Dar } A_{\Delta A'OC'} = \frac{A'E \cdot C'O}{2} = \frac{A'E \cdot 2\sqrt{10}}{2} = A'E \cdot \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow A'E \cdot \sqrt{10} = 16 \Rightarrow A'E = \frac{16}{\sqrt{10}} = \frac{8\sqrt{10}}{5} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow d(A', (C'BD)) = \frac{8\sqrt{10}}{5} \text{ cm}$$